

04

Problemas sobre Funciones Cuadráticas

Segundo Ciclo, Tercer Año

Asignatura	Tema	Libro Asociado
Matemática	Funciones y ecuaciones de segundo grado. Parábolas cuadráticas	Funciones Elementales. Para construir modelos matemáticos

Material elaborado por el Instituto Nacional de Educación Tecnológica, Ministerio de Educación de la Nación.

Autora: Prof. Ing. Haydee Noceti

Diseño Gráfico: Carolina Macedra y Federico Timerman.

www.inet.edu.ar

Orientaciones para el/la docente

TEMA

Funciones y ecuaciones de segundo grado. Representación en coordenadas cartesianas.

CURSO DESTINATARIO

Primer año del segundo ciclo (ex ciclo superior).

TEMPORALIZACIÓN

Deberá fijarlo el/la docente de acuerdo con el nivel de sus alumnos/as.

OBJETIVOS

- 1) Aplicar las propiedades de las funciones cuadráticas en situaciones problemáticas.
- 2) Representar a través de diagramas cartesianos las funciones y ecuaciones planteadas a través de software estructurado (específico para la Matemática).

MODALIDAD

Estas actividades pueden realizarse en forma presencial o a distancia. Si las realiza a distancia, puede hacerlo mediante Google Classroom 2020. Puede obtener información sobre su aplicación en: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLclJ8nSI2c7KrzlQ3kkHARAvyWgFe9g1v>

RECURSOS

Computadora, celular. Software: *GeoGebra*, *Kahoot*, *Excel*, *Word*, *Editor de Ecuaciones del Word* (constituye una herramienta digital que facilita a los/as docentes y a los/as estudiantes escribir en lenguaje matemático). Internet.

EVALUACIÓN FINAL

Mediante la plataforma *Kahoot*.

Actividades para los/as estudiantes

Planteo de las actividades

ACTIVIDAD 1. Analizamos la curva de un puente de arco

El arco parabólico de un puente de arco que cruza un río tiene 60 m de ancho y una altura desde el plano de arranque hasta el punto más alto de 10 m. Para poder determinar la coordenada de cualquier punto del arco se desea conocer la expresión matemática de la función cuadrática correspondiente a dicho arco.

- 1) Encuentren la expresión matemática de la parábola.
- 2) Encuentren el valor de la ordenada del punto de la parábola situado a 20 m del centro.
- 3) Representen en coordenadas cartesianas a través del *GeoGebra* la parábola que responde al problema planteado.

ACTIVIDAD 2. Jugamos en la plaza

Un grupo de niños juega en una plaza con una pelota. Uno de ellos lanza la pelota en forma vertical hacia arriba. La pelota describe en su trayectoria una parábola que responde a una función cuadrática, siendo el tiempo "t" la variable independiente.

- 1) Dibujen en un sistema de coordenadas cartesianas la posible trayectoria parabólica de la pelota. (usen el *GeoGebra*, pueden utilizar la aplicación del celular).
- 2) Escriban una posible expresión matemática que modelice la situación planteada. ¿Qué significado tienen, en este caso, las coordenadas del vértice? ¿Qué significan las probables intersecciones con el eje "x"? ¿Y con el eje "y"?

ACTIVIDAD 3. Arreglando el vitraux de la entrada de nuestra casa

El vitraux que se observa en la puerta de la imagen, tiene una forma parabólica en su parte superior. La puerta tiene 1,20 m de ancho y la máxima altura de la parábola contada desde la parte superior recta de la puerta es de 0,75 m. A una distancia de 0,30 m del centro de la parábola hacia la derecha se observa en el borde de la parábola una parte despintada. Con el propósito de restaurar esa parte se desea saber la expresión matemática de la función cuadrática y la altura de la parábola a esa distancia.



ACTIVIDAD 4. En la arquería

Un arquero lanza una flecha en dirección vertical y hacia arriba, desde una posición de 2,5 m. La flecha sigue una trayectoria parabólica, cuya función tiene la siguiente expresión:

$$f(t) = -8t^2 + 8t + 2.5, \text{ con } t \text{ en s (segundos)}$$

- 1) ¿Cuánto tarda la flecha en llegar nuevamente a la altura de los 2,5 m?
- 2) La ecuación $-8t^2 + 8t + 2.5 = 0$, ¿tiene intersección en t ? ¿y en el eje "y"?
En caso afirmativo, ¿cuál es el/los valores de t ?
- 3) La ecuación $-8t^2 + 8t = 0$, ¿tiene intersección en t ? ¿y en el eje "y"?
En caso afirmativo, ¿cuál es el/los valores de t ? ¿cuál es el valor de y ?
- 4) Representen ambas funciones en coordenadas cartesianas (pueden usar la aplicación de *GeoGebra* del celular).

ACTIVIDAD 5. La familia Monteserín arregla su nueva casa

La familia Monteserín Álvarez se mudó a una casa en un barrio cerrado ubicado en las sierras. En el fondo se ha construido una pileta de natación con césped perimetral y con las siguientes dimensiones: 12 m de ancho y 8 m de largo.

La familia desea cambiar el césped por un deck de losetas de lava volcánica, cuyo ancho será el mismo en todo su perímetro. Ustedes, pueden ayudar a la familia Monteserín, de la siguiente manera:

- 1) Modelicen el problema suponiendo que el ancho del deck es de x m.
- 2) Si la familia tiene un acopio de 125 m² de loseta de lava volcánica y quieren aprovechar esa cantidad, ¿cuál será el ancho que tendrá el deck? ¿Será un ancho razonable? ¿Y si quieren que el ancho sea de 2 m? ¿Cuál es el valor más favorable?
- 3) Representen en el *GeoGebra* la función cuadrática obtenida. Verifiquen el valor obtenido del ancho del deck.
- 4) Analicen los resultados.

ACTIVIDAD 6. Otro puente de arco

La imagen que se muestra en la figura corresponde al puente **Lupu (puente de arco)** en **Shanghái, China**.



Puente Lupu (Fuente: <https://www.google.com/search?q=puente+lupu+medidas&tbm=isch&source=hp&sa=&ved=2ahUKEwi8ydvvsd3iAhXChrkGHcEuD5AQ7Al6BAqDEA8&biw=1148&bih=670#imgrc=IDptTA5Q6o-oqM>.)

Este puente fue inaugurado el 28 de junio de 2003. Tiene una longitud total de 3,9 km, con el vano central de 550 m. Posee 6 carriles, 3 para cada sentido y su altura máxima contada desde la plataforma es de 90 m. La altura de los pilares laterales donde apoya la plataforma es de 150 m. La estructura del arco es de acero y tiene la forma parabólica.

Se necesita conocer la expresión matemática de la función cuadrática, la distancia entre el apoyo del arco con la plataforma y el pilar, y la altura del arco a los 100 m desde centro.

Se sugiere colocar los ejes de modo que el eje "y" pase por el vértice de la parábola y en coincidencia con la plataforma del puente el eje "x".

ACTIVIDAD 7. Un puente colgante

En este caso se trata del puente colgante sobre el Bósforo, que une la parte asiática de la parte europea de la ciudad de Estambul (Turquía), inaugurado el 30 de octubre de 1973. Los cables de acero tienen forma parabólica.



Puente del Bósforo o Puente Bogazici (Fuente: <http://laingenieriaaldia.blogspot.com/2014/05/puente-bogazici-o-puente-del-bosforo.html>)

El vano central tiene una longitud de 1074 m y la altura de los pilares desde donde cuelgan los cables es de 165 m y la altura sobre el nivel del mar de 64 m.

Se requiere que encuentren la expresión matemática de la función cuadrática y el valor de la altura de los cables a los 500 m del pilar derecho.

ACTIVIDAD 8. Jugando al fútbol con el videojuego FIFA 19

La trayectoria que describe la pelota en un momento del juego es parabólica. La distancia en línea recta desde que el jugador la patea hasta que toca al suelo es de 24 m. El arquero no la ataja y cuando llega a él está a 23,50 m del punto de inicio. La altura máxima que alcanza es de 4 m.

¿Cuál es la expresión de la función cuadrática? ¿A qué altura del suelo la intenta atajar el arquero?

Dibujen la situación usando la herramienta GeoGebra y verifiquen los resultados.

ACTIVIDAD 9. Armando la familia de las parábolas

Dadas las siguientes expresiones de las funciones cuadráticas, grafiquen mediante el programa *GeoGebra*, en el mismo gráfico cartesiano y analicen qué provocan en el gráfico los parámetros: a , b y c en la expresión general:

$$y = (x \pm a)^2 \pm c \quad \text{y} \quad y = ax^2 + bx + c$$

$$1) y = 2x^2 \quad 2) y = 4x^2 \quad 3) y = -2x^2 \quad 4) y = -4x^2$$

$$5) y = 2x^2 + 3 \quad 6) y = -2x^2 + 3 \quad 7) y = (x + 5)^2 + 6 \quad 8) y = (x - 5)^2 + 6$$

ACTIVIDAD 10. Analizando gráficos de las funciones cuadráticas

Indiquen para cada una de las funciones cuadráticas del ítem 9:

- 1) Conjunto dominio y conjunto imagen, definidos por comprensión.
- 2) Coordenadas de punto de intersección de la parábola con el eje "y".
- 3) Coordenadas del vértice de la parábola.
- 4) Coordenadas, si existen, del o los puntos de intersección con el eje "x".

¡ÉXITOS!

FUENTE: Noceti, H. (2019). Trabajo final. Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato. UNIR. España (página 8).